LS - Kursstufe Seite 54

Nr. 11) $f_k(x) = x \cdot e^{-kx}$; $k \neq 0$

Extrema not. Bed $f_k'(x) = 1 \cdot e^{-kx} + x \cdot e^{-kx} \cdot (-k) \overset{!}{=} 0$

$f_k'(x) = \underbrace{e^{-kx}}_{>0} \cdot (1 - kx) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = \frac{1}{k}}}$

hinr. Bed. $f_k''(x) = e^{-kx} \cdot (-k) \cdot (1-kx) + e^{-kx} \cdot (-k)$

$f_k''(x) = e^{-kx} \cdot k \cdot (-1 + kx - 1) = e^{-kx} \cdot k \cdot (-2 + kx)$

$f_k''\left(\frac{1}{k}\right) = e^{-k \cdot \frac{1}{k}} \cdot k \cdot \left(-2 + k \cdot \frac{1}{k}\right) = e^{-1} \cdot k \cdot (-1) = -\frac{k}{e}$

Für $k > 0$ ist $f_k''\left(\frac{1}{k}\right) < 0 \Rightarrow \underline{\underline{H_k\left(\frac{1}{k} \middle| \frac{1}{k} \cdot e^{-k \cdot \frac{1}{k}}\right) = \left(\frac{1}{k} \middle| \frac{1}{k \cdot e}\right)}}$

Für $k < 0$ ist $f_k''\left(\frac{1}{k}\right) > 0 \Rightarrow \underline{\underline{T_k\left(\frac{1}{k} \middle| \frac{1}{k} \cdot e^{-k \cdot \frac{1}{k}}\right) = \left(\frac{1}{k} \middle| \frac{1}{k \cdot e}\right)}}$

Wendepunkt not. Bed $f_k''(x) = \underbrace{e^{-kx} \cdot k}_{\neq 0} \cdot (-2 + kx) = 0$

$-2 + kx = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = \frac{2}{k}}}$

$e^{-kx} \cdot k > 0$ für $k > 0$ $\wedge$ $\left.\begin{array}{l} -2 + kx < 0 \text{ für } x < \frac{2}{k} \\ -2 + kx > 0 \text{ für } \frac{2}{k} < x \end{array}\right\} \Rightarrow$ VZW von f_k'' an der Stelle $\frac{2}{k}$

$e^{-kx} \cdot k < 0$ für $k < 0$ $\wedge$ $\left.\begin{array}{l} -2 + kx > 0 \text{ für } x < \frac{2}{k} \\ -2 + kx < 0 \text{ für } \frac{2}{k} < x \end{array}\right\} \Rightarrow$ VZW von f_k'' an der Stelle $\frac{2}{k}$

$\Rightarrow$ Wendepunkt an der Stelle $\frac{2}{k}$ mit

$\underline{\underline{W_k\left(\frac{2}{k} \middle| \frac{2}{k} \cdot e^{-k \cdot \frac{2}{k}}\right) = \left(\frac{2}{k} \middle| \frac{2}{k} \cdot e^{-2}\right) = \left(\frac{2}{k} \middle| \frac{2}{k \cdot e^2}\right)}}$

O. Fell