Nr. 1) a) $f(x) = 3 + \ln(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = 2x + \ln(x) \Rightarrow f'(x) = 2 + \frac{1}{x}$

c) $f(x) = 3 \cdot \ln(x+1) \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{x+1} \cdot 1 = \frac{3}{x+1}$

d) $f(x) = x^2 + \ln(x) \Rightarrow f'(x) = 2x + \frac{1}{x}$

e) $f(x) = 3x^2 + \ln(x-1) \Rightarrow f'(x) = 6x + \frac{1}{x-1}$

f) $f(x) = \ln(x^2) - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x^2} \cdot 2x + \frac{1}{x^2} = \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}$

Nr. 3) a) $\ln(x) = 0 \mid e^{\uparrow} \Rightarrow x = e^0 = 1$

b) $\ln(x) = 2 \mid e^{\uparrow} \Rightarrow e^{\ln(x)} = e^2 \Rightarrow x = e^2$

c) $\ln(x) = -3 \mid e^{\uparrow} \Rightarrow x = e^{-3} = \frac{1}{e^3}$

d) $\ln(x) = \frac{1}{2} \mid e^{\uparrow} \Rightarrow x = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{e}$

e) $\ln(x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x^2 - 3 = e^0 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$

f) $\ln(x-5) + 3 = 5 \mid -3 \Leftrightarrow \ln(x-5) = 2 \mid e^{\uparrow}$

$\Leftrightarrow x - 5 = e^2 \mid +5 \Leftrightarrow x = e^2 + 5$

Nr. 4) $g(x) = \ln(x)$

a) $g(x) = \ln(x) = 3 \mid e^{\uparrow} \Rightarrow \underline{\underline{x = e^3}}$

b) $g(x) = \ln(x) = 0 \mid e^{\uparrow} \Rightarrow \underline{\underline{x = e^0 = 1}}$

c) $g'(x) = \frac{1}{x} > 0$ für $x > 0 \Rightarrow g(x) = \ln(x)$ ist streng monoton wachsend

d) $g''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ für $x > 0 \Rightarrow$ Graph von g bildet eine Rechtskurve.

e) $g(x) \to -\infty$ für $x \to 0 \Rightarrow$ y-Achse senkrechte Asymptote

f) g ist streng monoton wachsend, könnte aber beschränkt sein.

Annahme: m wäre obere Schranke $\Rightarrow g(x) = \ln(x) \leq m$ für $x > 0$.

Für $x = e^{m+1}$ ist $\ln(x) = \ln(e^{m+1}) = m + 1 > m \Rightarrow$ <u>Widerspruch</u>

$\Rightarrow \ln(x) \to +\infty$ für $x \to +\infty$

O. Fell