

Nr. 12) a) $F(x) = \ln(5 \cdot x)$

I $F'(x) = \frac{1}{5x} \cdot 5 = \frac{1}{x}$ (Kettenregel)

II $F(x) = \ln(5) + \ln(x) \Leftrightarrow$ (Logarithmenregel)

$F'(x) = \frac{1}{x}$ (Summenregel) $\ln(x \cdot y) = \ln(x) + \ln(y)$

b) $F(x) = \ln(x^4) = 4 \cdot \ln(x)$ $\ln(x^y) = y \cdot \ln(x); x > 0$

I $F'(x) = \frac{1}{x^4} \cdot 4x^3 = \frac{4}{x}$ (Kettenregel)

II $F'(x) = 4 \cdot \frac{1}{x} = \frac{4}{x}$ (Faktorregel)

c) $F(x) = \ln(\sqrt{x}) = \ln(x^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} \cdot \ln(x)$

I $F'(x) = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot 2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{2x}$ (Kettenregel)

II $F'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2x}$ (Faktorregel)

d) $F_a(x) = \ln\left(\frac{a}{x}\right) = \ln(a) - \ln(x)$ $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$

$F'_a(x) = \frac{1}{\frac{a}{x}} \cdot (-a \cdot x^{-2}) = \frac{x}{a} \cdot \frac{-a}{x^2} = -\frac{1}{x}$ (Kettenregel)

$F'_a(x) = -\frac{1}{x}$ (Summenregel) $a, x > 0$