LS-Kursstufe Seite 96

Nr. 8c) Schnitt $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^4 - 5x^2 = -4$

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \mid \text{Sub: } x^2 = u \Rightarrow u^2 - 5u + 4 = 0$

$$u_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} \Rightarrow u_1 = 4 \lor u_2 = 1$$

Rück. Sub. $x^2 = 4 \quad \lor \quad x^2 = 1$

$x_{1,2} = \pm 2 \qquad x_{3,4} = \pm 1$

$$A = \int_{-2}^{-1} (-4 - (x^4 - 5x^2))\,dx + \int_{-1}^{+1} (x^4 - 5x^2 - (-4))\,dx + \int_{1}^{2} (-4 - (x^4 - 5x^2))\,dx$$

Da f symmetrisch zur y-Achse ist auch möglich

$$A = 2\int_0^1 (x^4 - 5x^2 - (-4))\,dx + 2\int_1^2 (-4 - (x^4 - 5x^2))\,dx =$$

$$2 \cdot \left[\frac{x^5}{5} - 5 \cdot \frac{x^3}{3} + 4x\right]_0^1 + 2\left[-4x - \frac{x^5}{5} + 5\frac{x^3}{3}\right]_1^2 =$$

$$2\left(\frac{1}{5} - \frac{5}{3} + 4\right) + 2\left(-8 - \frac{32}{5} + 5 \cdot \frac{8}{3} - \left\{-4 - \frac{1}{5} + \frac{5}{3}\right\}\right) = \frac{76}{15} + \frac{44}{15} = \underline{\underline{8}}$$

8d) Schnitt $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 4 = x^2$

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2 \lor x_{3,4} = \pm 1$ siehe Aufgabe c.)

f und g sind symmetrisch zur y-Achse $\Rightarrow$

$$A = 2 \cdot \int_0^1 (x^4 - 4x^2 + 4 - x^2)\,dx + 2\int_1^2 (x^2 - (x^4 - 4x^2 + 4))\,dx$$

$$= 2\int_0^1 (x^4 - 5x^2 + 4)\,dx + 2\int_1^2 (-x^4 + 5x^2 - 4)\,dx$$

$$= 2 \cdot \left[\frac{x^5}{5} - 5 \cdot \frac{x^3}{3} + 4x\right]_0^1 + 2 \cdot \left[-\frac{x^5}{5} + 5 \cdot \frac{x^3}{3} - 4x\right]_1^2$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{5}{3} + 4 - \{0\}\right) + 2 \cdot \left(-\frac{32}{5} + \frac{40}{3} - 8 - \left\{-\frac{1}{5} + \frac{5}{3} - 4\right\}\right)$$

$$= \frac{76}{15} + \frac{44}{15} = \underline{\underline{8}}$$

O. Fell