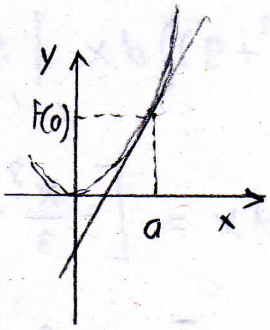
LS - Kursstufe Seite 97

Nr. 14)



$$t(x) = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$$

$$t(x) = 2x_0(x-x_0) + x_0^2 \; ; \; x_0 \mathrel{\hat{=}} a$$

$$t_a(x) = 2 \cdot a(x-a) + a^2$$

$$\underline{\underline{t_a(x)}} = 2ax - 2a^2 + a^2 = \underline{\underline{-a^2 + 2ax}} \quad \text{Tangentengleichung}$$

Eingeschlossene Fläche:

$$A = \int_0^a \left(f(x) - t_a(x)\,dx\right) = \int_0^a \left(x^2 - (-a^2 + 2ax)\right)dx =$$

$$\left[\frac{x^3}{3} + a^2x - 2a\frac{x^2}{2}\right]_0^a = \frac{a^3}{3} + a^3 - \cancel{2}a \cdot \frac{a^2}{\cancel{2}} - \{0\} = \underline{\underline{\frac{a^3}{3}}} \text{ q.e.d}$$

Nr. 15) $f(x) = -x^2 + 9 = 0$ Schnitt mit x-Achse $\Rightarrow x_{1,2} = \pm 3$

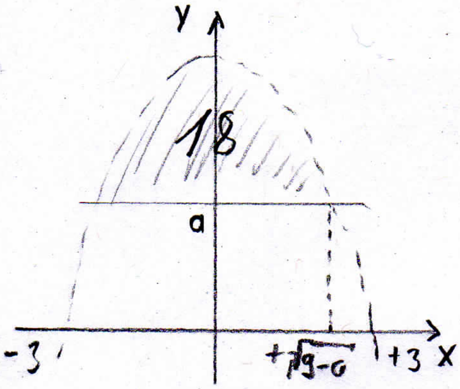
Eingeschlossene Fläche gesamt $\mathrel{\hat{=}} A_{ges} = 2\int_0^3 (-x^2 + 9)\,dx =$

$$2 \cdot \left[-\frac{x^3}{3} + 9x\right]_0^3 = 2 \cdot (-9 + 27 - \{0\}) = \underline{\underline{36}}$$

Parallele zur x-Achse: $h(x) = a$

Schnitt Parallele mit $f(x) = h(x) \Rightarrow -x^2 + 9 = a$

$\Rightarrow x^2 = 9 - a \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{9-a} \Rightarrow$ Integrationsgrenzen



$$18 = 2 \cdot \int_0^{\sqrt{9-a}} (-x^2 + 9 - a)\,dx = 2 \cdot \left[-\frac{x^3}{3} + 9x - ax\right]_0^{\sqrt{9-a}}$$

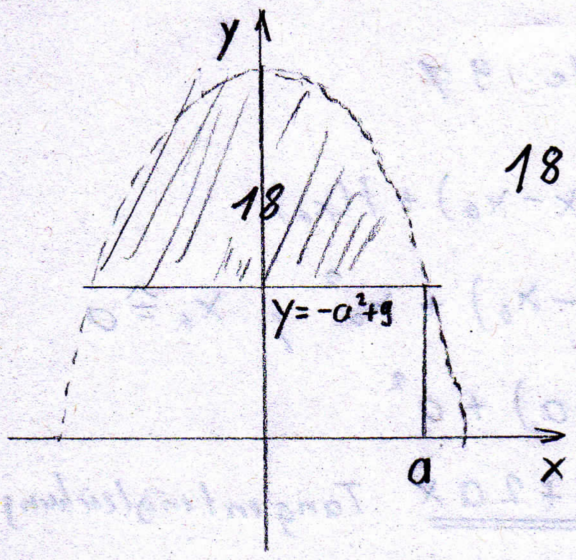
$$18 = 2\left(-\frac{(9-a)\sqrt{9-a}}{3} + 9 \cdot \sqrt{9-a} - a \cdot \sqrt{9-a}\right)$$

$$9 = \sqrt{9-a} \cdot \left(-3 + \frac{a}{3} + 9 - a\right) = \sqrt{9-a} \cdot \left(6 - \frac{2}{3}a\right)$$

Lösung grafisch ermittelt $a \approx 3{,}33$

$\Rightarrow$ Parallele $\underline{y = 3{,}33}$

Ein besserer Ansatz wäre für die Integrationsgrenze a zu wählen und für die Parallele $y = -a^2 + 9$



$$18 = 2\int_0^a \left(-x^2+9-(-a^2+9)\right) dx \quad \Big| :2$$

$$9 = \int_0^a (-x^2+a^2)\, dx = \left[-\frac{x^3}{3}+a^2x\right]_0^a$$

$$9 = -\frac{a^3}{3}+a^3-\{0\} = \frac{2}{3}a^3 \quad \Big| \cdot \frac{3}{2}$$

$$\frac{27}{2} = a^3 \Rightarrow \underline{\underline{a = \sqrt[3]{\frac{27}{2}}}} \quad \textit{Integrationsgrenze}$$

$\Rightarrow$ Gleichung der Parallelen $\underline{\underline{y = -\left(\sqrt[3]{\frac{27}{2}}\right)^2 + 9 = 3{,}33035}}$